

Examenul național de bacalaureat 2026

Proba E. c)

Matematică $M_{\text{șt-nat}}$

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I (30 de puncte)

- 5p** 1. Să se arate că numărul $A = \log_3 27 + \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{16} + \sqrt[3]{125}$ este un număr natural.
- 5p** 2. Să se determine valoarea minimă a funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 6x^2 - 2x + 4$.
- 5p** 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $25^x + 3 \cdot 5^x = 4$.
- 5p** 4. Să se determine probabilitatea ca, alegând un element din mulțimea $\{\sqrt{n} \mid n \in \mathbb{N}, n < 100\}$, acesta să fie număr irațional.
- 5p** 5. În sistemul cartezian de coordonate xOy se dau punctele $A(2, -1)$, $B(-1, 1)$, $C(1, 3)$ și $D(a, 4)$, unde $a \in \mathbb{R}$. Să se determine valorile reale ale lui a pentru care dreptele AC și BD sunt perpendiculare.
- 5p** 6. Să se calculeze $\operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$, știind că $x \in \mathbb{R}$ și $\operatorname{tg} x = \frac{1}{3}$.

SUBIECTUL al II – lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(a) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & a \\ 1 & 9 & a^2 \end{pmatrix}$ și sistemul de ecuații $\begin{cases} x + y + z = 1 \\ x + 3y + az = 1 \\ x + 9y + a^2z = 1 \end{cases}$, unde a este un număr real.
- 5p** a) Arătați că $\det A(2) = -2$.
- 5p** b) Determinați mulțimea numerelor reale a pentru care matricea $A(a)$ este inversabilă.
- 5p** c) Pentru $a \in \mathbb{R} - \{1; 3\}$, rezolvați sistemul de ecuații.
2. Pe mulțimea numerelor întregi se definește legea de compoziție asociativă $x * y = xy - 4x - 4y + 20$.
- 5p** a) Demonstrați că $x * y = (x - 4)(y - 4) + 4$, pentru orice numere întregi x și y .
- 5p** b) Determinați elementele simetrizabile ale mulțimii $\mathbb{Z}$ în raport cu legea „ $*$ ”.
- 5p** c) Calculați $(-2026) * (-2025) * \dots * 2025 * 2026$.

SUBIECTUL al III – lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^3 + x^2 + 1}{x^2 + 1}$.
- 5p** a) Arătați că $f'(x) = \frac{x^2(x^2 + 3)}{(x^2 + 1)^2}$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p** b) Determinați ecuația asimptotei oblice spre $+\infty$ la graficul funcției f .
- 5p** c) Arătați că funcția f este bijectivă.
2. Fie funcția $f: (-1; \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{2(2x-1)}{x+1}$.
- 5p** a) Determinați numerele reale a, b pentru care funcția $F: (-1; \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = ax + b \ln(1+x)$ este o primitivă a funcției f .
- 5p** b) Determinați $\int f(x) dx$, $x \in (-1; +\infty)$.
- 5p** c) Determinați primitiva $G: (-1; +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ a funcției $g: (-1; +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = (x+1) \cdot f(x) + e^{2x} + \sin x$ pentru care $G(0) = 0$.