Olimpiada Naţională de Matematică

Etapa locală – Vaslui, 11 februarie 2023

Clasa a VIII-a

Problema 1. Să se arate că numărul $n = \sqrt{2020 \cdot 2022 \cdot 2024 \cdot 2026 + 16} + 5$ este pătratul unui număr natural.

Problema 2.

a) Dacă înălţimile din A şi, respectiv B ale tetraedrului $ABCD$ sunt concurente, atunci să se demonstreze că şi înălţimile din C şi D ale tetraedrului $ABCD$ sunt concurente.

b) Perpendiculara din A' pe planul (ACD) şi înălţimea din A a piramidei triunghiulare regulate $ABCD$ formează un unghi x. Ştiind că A' aparține planului (BCD) , $AA' \perp (BCD), AC = 10cm$ și $BC = 12\ cm$, atunci calculaţi $cos\ x$.

Problema 3.

Să se demonstreze că numărul $a = 4n^2 + \left[\sqrt{9n^2 + 4n}\right] + \left[\sqrt{n^2 + 3n + 2}\right]$, $n \in \mathbb{N}$, este pătrat perfect(s-a notat cu $[x]$- partea întreagă a numărului x).

Problema 4.

Pe planul triunghiului BCD se ridică perpendiculara AB. Fie E și F centrele cercurilor înscrise în triunghiul ABC, respectiv ABD. Știind că $EF \parallel (BCD)$, demonstrați că triunghiurile ACD și BCD sunt isoscele.

Gazeta Matematică – enunț modificat

Notă: ***Fiecare subiect se notează de la 0 la 7 puncte.***
Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.