



Olimpiada Națională de Matematică  
Etapa locală – Vaslui, 11 februarie 2023  
Clasa a VII-a

**Problema 1**

Fie  $MNPQ$  un trapez cu  $MN \parallel PQ$  și  $MN = MQ = 2QP$ . Dacă  $O$  este mijlocul lui  $QN$ ,  $MO \cap NP = \{R\}$ ,  $T$  este mijlocul lui  $MR$ , iar  $S$  mijlocul lui  $MN$ , arătați că:

- a) Punctele  $Q, T, S$  sunt coliniare.
- b) Triunghiul  $MSO$  isoscel.

**Problema 2**

Se dă triunghiul  $ABC$ , dreptunghic în  $B$ , cu  $E$  mijlocul segmentului  $BC$ , iar  $D$  un punct pe latura  $AC$ , astfel încât  $AD = 2 \cdot DC$  și  $m\angle AED = 80^\circ$ . Calculați  $m\angle BAE$ .

**Problema 3**

Arătați că:

$$\left[ \sqrt{\frac{8}{7} + \frac{9}{14} + \frac{10}{21} + \dots + \frac{296}{2023}} - \left( 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{289} \right) \right] < 7$$

unde  $[x] = \text{partea întreagă a numărului } x$ .

**Problema 4**

Determinați numărul natural  $n = 2^a \cdot 3^b \cdot 5^c$ , cu  $a, b, c \in \mathbb{N}^*$ , știind că  $5n$  are cu 20 de divizori naturali mai mulți decât are  $n$ ,  $3n$  are cu 15 divizori naturali mai mulți decât are  $n$  și  $2n$  are cu 12 divizori naturali mai mulți decât are  $n$ .

*Gazeta Matematică*

Notă: Fiecare subiect se notează de la 0 la 7 puncte.  
Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.