

SUBIECTUL I

(5p) 1. Aflați suma: $1+5+9+13+\dots+49$.

(5p) 2. Fie $f, g: R \rightarrow R, f(x)=2x+3, g(x)=3x+2$. Calculați $(f \circ g)(-1)$.

(5p) 3. Aflați soluțiile reale ale ecuației $\sqrt{x^2 - x - 2} = 2$.

(5p) 4. Care este probabilitatea ca, alegând un element din mulțimea $\{0, 1, 2, 3, 4\}$, acesta să verifice $2^n + 5^n = 3^n + 4^n$.

(5p) 5. Determinați aria triunghiului ABC cu $AB=\sqrt{3}$, $AC=3$ și $A=120^\circ$.

(5p) 6. Calculați $\sin 150^\circ + \cos 120^\circ$.

SUBIECTUL II

1. Fie matricele $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}, O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ în $M_2(R)$.

(5p) a) Calculați $A \cdot B$;

(5p) b) Rezolvați ecuația $AX=B, X \in M_2(R)$;

(5p) c) Demonstrați că matricea A verifică egalitatea $A^2 - 4A + 5I_2 = O_2$.

2. Pe R se definește legea de compoziție $xoy = xy - 10(x+y) + 110$, oricare ar fi $x, y \in R$.

(5p) a) Verificați dacă $xoy = (x-10)(y-10) + 10$, oricare ar fi $x, y \in R$;

(5p) b) Calculați $C_{10}^1 \circ C_{20}^1$;

(5p) c) Rezolvați ecuația $xo(x-1)=10, x \in R$.

SUBIECTUL III

1. Fie funcția $f: (0,1] \rightarrow R, f(x) = x^2 + \frac{1}{x}$.

(5p) a) Calculați $f'(x)$.

(5p) b) Aflați asimptota verticală a funcției f.

(5p) c) Studiați monotonia funcției f.

2. Fie $f_n(x) = \frac{x^n}{x^2+1}$, oricare ar fi $n \in N^*$.

(5p) a) Calculați $\int f_0(x) dx, \int f_1(x) dx$.

(5p) b) Determinați $\int (f_{n+2}(x) + f_n(x)) dx$.

(5p) c) Calculați $\int f_1(x)(x^2 + 1) \cos x dx$.

SUBIECTUL I

1	$a_1=1, a_{13}=49$ $S_{13}^{\frac{(a_1+a_{13})13}{2}} = 325$	2p 3p
2	$g(-1)=-1$ $(f \circ g)(-1)=f(g(-1))=f(-1)=1$	1p 4p
3	Domeniul de definiție $(-\infty, -1] \cup [2, \infty)$ $X^2-x-2=4$ $X^2-x-6=0, x_1=-2, x_2=3$, soluții	1p 2p 2p
4	Verificare prin calcul direct Probabilitate $2/5$	2p 3p
5	$A = \frac{AB \cdot AC \cdot \sin 120^\circ}{2}$ $\sin 120^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $A = \frac{9}{4}$	2p 1p 2p
6	$\sin 150^\circ = \sin 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}; \cos 120^\circ = -\cos 60^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\sin 150^\circ + \cos 120^\circ = 0$	4p 1p

SUBIECTUL II

1. a	Calcul direct $A \cdot B = \begin{pmatrix} 13 & 9 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$	5p
1. b	$X = A^{-1} \cdot B$ $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2/5 & -1/5 \\ 1 & 2/5 \end{pmatrix}$ $X = \begin{pmatrix} 7/5 & 7/5 \\ 11/5 & 6/5 \end{pmatrix}$	1p 2p 2p
1. c	Calculează A^2 Calculează $-4A$ Verifică identitatea	2p 1p 2p
2. a	$x \circ y = xy - 10x - 10y + 100 + 10 =$ $x(y-10) - 10(y-10) + 10 =$ $(x-10)(y-10) + 10$	1p 2p 2p
3. b	$C_{10}^1 = 10, C_{20}^1 = 20$ Obține rezultatul 10	2p 3p
2. c	Înlocuiește Rezolvă ecuația $(x-10)(x-11)=0$ Obține soluțiile 10 și 11	1p 2p 2p

SUBIECTUL III

1. a	$f'(x) = 2x - \frac{1}{x^2}$	5p
1. b	$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x) = 0 + \infty = \infty$	3p

	Graficul admite asimptotă verticală la dreapta punctului $x=0$ cu ecuația $x=0$	2p
1. c	$f'(x) = 2x - \frac{1}{x^2} = \frac{2x^3 - 1}{x^2}$	1p
	$f'(x) = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{\sqrt[3]{2}} \in (0, 1]$	2p
	$f(x) \text{ continuă pe } (0, 1], f(x) \text{ strict descrescătoare pentru } x \in (0, \frac{1}{\sqrt[3]{2}})$ $f(x) \text{ strict crescătoare pentru } x \in [\frac{1}{\sqrt[3]{2}}, 1]$	2p
2. a	$f_0(x) = \frac{1}{x^2 + 1}, f_1(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$	1p
	$\int \frac{1}{x^2 + 1} dx = \arctg x + C$	2p
	$\int \frac{x}{x^2 + 1} dx = \frac{1}{2} \ln(x^2 + 1) + C$	2p
2. b	$\int (f_{n+2}(x) + f_n(x)) dx = \int (\frac{x^{n+2}}{x^2 + 1} + \frac{x^n}{x^2 + 1}) dx = \int \frac{x^n(x^2 + 1)}{x^2 + 1} dx$	3p
	$= \int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$	2p
2. c	$\int f_1(x)(x^2 + 1) \cos x dx = \int x \cos x dx =$ $x \sin x - \int \sin x dx =$ $x \sin x + \cos x + C$	1p 2p 2p