OLIMPIADA DE MATEMATICĂ A SATELOR DIN ROMÂNIA
BAREM CORECTARE - ETAPA JUDEȚEANĂ
CLASA a VI-a 17.03.2018

Problema 1.(7 puncte)

Să se determine media aritmetică a numerelor cuprinse între 1200 şi 5200 care împărţite la 20, 28 şi 36 dau de fiecare dată restul 15.

Soluţie: Fie n numărul căutat

$\left.\begin{aligned} n &= 20 \cdot c_1 + 15 \\ n &= 28 \cdot c_2 + 15 \\ n &= 36 \cdot c_3 + 15 \end{aligned}\right\}$ .... **(3p)**

$\Rightarrow (n-15) \in M_{[20;28;36]} = \{1260; 2520; 3780; 5040\}$ .... **(2p)**

$n \in \{1275; 2535; 3795; 5055\}$ .... **(1p)**

$\mathrm{M_a} = (1275 + 2535 + 3795 + 5055) : 4 = 3165$ .... **(1p)**

Problema 2.(7 puncte)

Determinaţi cele mai mici şi cele mai mari numere naturale de două cifre a,b,c, ştiind că a şi b+c sunt direct proporţionale cu 2 şi 14, b şi c+a sunt direct proporţionale cu 5 şi 11, iar c şi a+b sunt direct proporţionale cu 9 şi 7.

Soluţie:

$\frac{a}{2} = \frac{b+c}{14} = \frac{a+b+c}{16}$; $\frac{b}{5} = \frac{c+a}{11} = \frac{a+b+c}{16}$; $\frac{c}{9} = \frac{a+b}{7} = \frac{a+b+c}{16}$ .... **(2p)**

Fie $S = a + b + c \Rightarrow a = \frac{2S}{16}$; $b = \frac{5S}{16}$; $c = \frac{9s}{16}$ .... **(1p)**

a,b,c sunt numere naturale de două cifre :

Pentru cele mai mici S este cel mai mic număr natural nenul divizibil cu 16, S=80 a=10,b=25, c=45.............. **(2p)**

Pentru cele mai mari S este cel mai mare număr natural nenul divizibil cu 16 astfel ca a,b,c să fie de două cifre, S=176 deci a=22,b=55, c=99.. **(2p)**

Problema 3.(7 puncte)

Fie $\sphericalangle AOB$ și $\sphericalangle BOC$ două unghiuri adiacente, (OX și (OY bisectoarele lor. Știind că $m(\sphericalangle XOY) = 115°$, să se afle: a) $m(\sphericalangle AOC)$;

b) măsura unghiului format de bisectoarele unghiurilor $\sphericalangle XOB$ și $\sphericalangle YOB$;

c) măsura unghiurilor $\sphericalangle BOC$ și $\sphericalangle AOB$ știind că sunt direct proporționale cu 5 și 7.

Soluţie: Desen corect.. **(1p)**

a) $m(\sphericalangle AOC) = 130°$.. **(2p)**

b) $115° : 2 = 114°60' : 2 = 57°30'$ .... **(2p)**

c) $\frac{\mathrm{m}(\sphericalangle \mathrm{BOC})}{5} = \frac{\mathrm{m}(\sphericalangle \mathrm{AOB})}{7} = \frac{230°}{12} = \frac{228°120'}{12} = 19°10'$.. **(1p)**

$m(\sphericalangle BOC) = 95°50'$, $m(\sphericalangle AOB) = 134°10'$.. **(1p)**

Problema 4.(7 puncte)

O este un punct ce aparține segmentului [AC], iar B și D sunt de o parte și de alta a segmentului [AC] astfel încât $\Delta OCB \equiv \Delta OCD$. Demonstrați că :

a) [AB] ≡ [AD];

b) $AO \perp BD$.

Soluţie: Desen corect.. **(1p)**

a) $\Delta OCB \equiv \Delta OCD \Rightarrow \sphericalangle BCO \equiv \sphericalangle DCO$ și [BC] ≡[DC].. **(1p)**

$\left.\begin{array}{l} \text{[AC] latură comună} \\ \text{[BC] ≡[DC]} \\ \sphericalangle BCO \equiv \sphericalangle DCO \end{array}\right\} \overset{L.U.L.}{\Longrightarrow}$ [AB] ≡[AD] .... **(2p)**

b) Fie $AC \cap BD = \{M\}$.

$\left.\begin{array}{l} \text{[AB] ≡[AD]} \\ \text{[AM] latură comună} \\ \sphericalangle BAM \equiv \sphericalangle DAM \text{ (din a)} \end{array}\right\} \overset{L.U.L.}{\Longrightarrow} \sphericalangle AMB \equiv \sphericalangle AMD$.. **(2p)**

$\left.\begin{array}{l} m(\sphericalangle AMB) + m(\sphericalangle AMD) = 180° \\ \sphericalangle AMB \equiv \sphericalangle AMD \end{array}\right\} \Rightarrow m(\sphericalangle AMB) = m(\sphericalangle AMD) = 90°$ .... **(1p)**

„Binele ce-l faci la oarecine, ţi-l întoarce vremea care vine”
Anton Pann

Felicitări!