

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ A SATELOR DIN ROMÂNIA

ETAPA JUDEȚEANĂ 17.03.2018

CLASA a VIII-a

1. Tétel (7 pont)

Adottak a következő számok: $a = \frac{1-\sqrt{2}+\sqrt{5}+\sqrt{7}-\sqrt{10}-\sqrt{14}}{1+\sqrt{5}+\sqrt{7}}$ és

$$b = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2+\sqrt{2}} \cdot \sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}} \cdot \sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2}}}$$

Számítsátok ki az a és \sqrt{b} számok számtani középátlóját.

2. Tétel (7 pont)

Adott a következő kifejezés: $E(x) = \left(\frac{1}{2x-1} + \frac{3}{1-4x^2} - \frac{2}{2x+1} \right) : \left(\frac{4x^2+4x+1}{4x^2-1} \right) \left(x + \frac{1}{2} \right)$.

- Irájatok fel a kifejezés legegyszerűbb alakját.
- Határozzátok meg az x értékeit úgy, hogy a kifejezés értelmezett legyen.
- Számítsátok ki: $E(\sqrt{2})$.

3. Tétel (7 pont)

Egy $ABCD A' B' C' D'$ paralelipipedon alakú medence méretei:

$$AB = 12\sqrt{3} \text{ m}, AA' = 6\sqrt{3} \text{ m}, AD = 12 \text{ m}.$$

- Határozzátok meg a $C'B$ és DD' által alkotott szög tangensét.
- Számítsátok ki a B' és az AC közti távolságot.
- Jelöljük M, N, P -vel az A' csúcs vetületét az $AB', AD', D'B'$ átlókra. Mutassátok ki, hogy $AP, B'N, D'M$ összefutó egyenesek.

4. Tétel (7 pont)

Adott az $SABCD$ szabályos négyoldalú gúla, ahol $AB = 6 \text{ cm}$, $SB = 8 \text{ cm}$ és M a $[BS]$ szakasz felezőpontja, $AC \cap BD = \{O\}$.

- Határozzátok meg az MC és SD egyenesek által alkotott szög koszinuszát.
- Mutassátok ki, hogy $(MAC) \perp (SBD)$.
- Legyen N egy pont az SC -n. Határozzátok meg az NC szakasz hosszát úgy, hogy a $\triangle BND$ háromszög minimális legyen.

Subiectele au fost - propuse de prof. Ioana Ludușan - Liceul Teoretic Gheorghe Șincai Cluj-Napoca

prof. Elena Măgdaș – Școala Gimnazială Horea Cluj-Napoca

prof. Cristian Petru Pop – ISJ Cluj

- traduse de prof. Edit Szasz, Colegiul Tehnic Turda

Minden tétel kötelező.

Munkaidő – 2 óra.

„Binele ce-l faci la oarecine, ți-l întoarce vremea care vine”

Anton Pann

Succes!