INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN VASLUI

OLIMPIADA DE ASTRONOMIE ȘI ASTROFIZICĂ

Olimpiada de Astronomie şi Astrofizică
Etapa pe judeţ -13 martie 2022

Barem - secţiunea Seniori 2

Subiect tip A		**Punctaj (25p)**
1	**b**	**2,5 p**
2	**d**	**2,5 p**
3	**a**	**2,5 p**
4	**c**	**2,5 p**
5	**d**	**2,5 p**
6	**b**	**2,5 p**
7	**b**	**2,5 p**
8	**a**	**2,5 p**
9	**d**	**2,5 p**
10	**b**	**2,5 p**

Subiectul B

Problema 1 -25 puncte

Rezolvare	**punctaj**
Utilizând legea a treia a lui Kepler $$T^2 = \frac{4\pi^2 a^3}{K(M+m)}$$	**1p**
Și considerând M_p<<M_S, M_N<<M_S rezultă $$\frac{a_P^3}{T_P^2} = \frac{a_N^3}{T_N^3}$$	**1p**
$$T_N = T_P\sqrt{\frac{a_N^3}{a_P^3}}$$	**1p**
$$a_N = \frac{r_{min} + r_{max}}{2} = 80000{,}25 \text{ UA}$$	**2p**
$$b = \sqrt{r_{min} \cdot r_{max}} = 282{,}85\text{UA}$$	**2p**
$$T_N = \sqrt{\left(\frac{80000{,}25UA}{1UA}\right)^3} = 22{,}6 \cdot 10^6 \text{ani}$$	**1p**
$$e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} = 0{,}99999379$$	**2p**
Total a), b),c)	**10p**
$$g_0 = K\frac{M_P}{R_p^2}$$	**1p**
$$2R_S = \alpha d_{PS}$$	**1p**

$T = \frac{2\pi d_{PS}}{v_p} = 2\pi d_{PS}\sqrt{\frac{d_{PS}}{KM_S}}$	**1p**
$\frac{\rho_P}{\rho_S} = \frac{M_P}{M_S}\left(\frac{R_S}{R_p}\right)^3 = \frac{g_0\alpha^3T^2}{32\pi^2R_p} = 4{,}4$	**2p**
Total d)	**5p**
$\frac{Q_{\text{absorbit de Pamant}}}{t} = p\frac{Q_{\text{emis de Soare}}}{t}$, este aproximativ egal cu procentul pe care îl reprezintă aria din suprafaţa Pământului, la distanţa razei orbitei sale, din aria suprafeţei sferice cu raza egală cu raza orbitei Pământului: $\pi R^2_{\text{Pamant}} \approx p4\pi d^2_{\text{Soare-Pamant}}$. Rezultă: $\frac{\frac{Q_{\text{absorbit de Pamant}}}{t}}{\frac{Q_{\text{emis de Soare}}}{t}} = \frac{\pi R^2_{\text{Pamant}}}{4\pi d^2_{\text{Soare-Pamant}}}$.	**3p**
Având în vedere formula bilanţului energetic al Pământului: $\frac{Q_{\text{absorbit de Pamant}}}{t} = \frac{Q_{\text{emis de Pamant}}}{t}$, obţinem: $\frac{\frac{Q_{\text{emis de Pamant}}}{t}}{\frac{Q_{\text{emis de Soare}}}{t}} = \frac{\pi R^2_{\text{Pamant}}}{4\pi d^2_{\text{Soare-Pamant}}}. = \frac{\sigma T^4_{\text{Pamant}}\,4\pi R^2_{\text{Pamant}}}{\sigma T^4_{\text{Soare}}\,4\pi R^2_{\text{Soare}}}$; $\left(\frac{T_{\text{Pamant}}}{T_{\text{Soare}}}\right)^4 = \frac{R^2_{\text{Soare}}}{4d^2_{\text{Soare-Pamant}}}$; $R_{\text{Soare}} = \eta d_{\text{Soare-Pamant}}$;	**3p**
$\left(\frac{T_{\text{Pamant}}}{T_{\text{Soare}}}\right)^4 = \frac{\eta^2}{4}$;	**2p**
$T_{\text{Soare}} = T_{\text{Pamant}}\sqrt{\frac{2}{\eta}} \approx 6.083\ \text{K}$.	**2p**
Total e)	**10p**
Total B1	**25p**

Subiectul B

Problema 2- 25 puncte

Rezolvare

a) ……………………………………………5p

Corespunzător desenului din figura 1, rezultă:

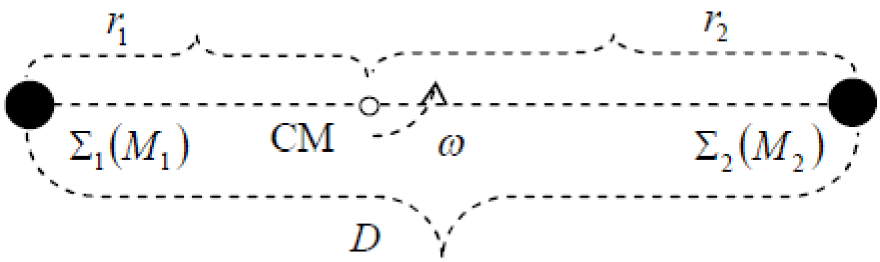


Fig. 1

$$L = M_1 \mathrm{v}_1 r_1 + M_2 \mathrm{v}_2 r_2 = M_1 \omega r_1^2 + M_2 \omega r_2^2 = \left(M_1 r_1^2 + M_2 r_2^2\right)\omega;$$

$$M_1 r_1 = M_2 r_2;\ r_1 + r_2 = D;$$

$$r_1 = \frac{M_2}{M_1 + M_2} D;\ r_2 = \frac{M_1}{M_1 + M_2} D;$$

$$L = \frac{M_1 M_2}{M_1 + M_2} D^2 \omega;$$

$$E_c = \frac{1}{2} M_1 \mathrm{v}_1^2 + \frac{1}{2} M_2 \mathrm{v}_2^2 = \frac{1}{2}\left(M_1 r_1^2 + M_2 r_2^2\right)\omega^2;$$

$$E_c = \frac{1}{2}\frac{M_1 M_2}{M_1 + M_2} D^2 \omega^2.$$

b) ……………………………………5p

În acord cu legea atracţiei universale, pentru mişcările celor două stele se pot scrie ecuaţiile:

$$F = F_{cp1};\ K\frac{M_1M_2}{D^2} = M_1a_{cp1} = M_1\omega^2r_1 = M_1\omega^2\frac{M_2}{M_1+M_2}D;$$

$$F = F_{cp2};\ K\frac{M_1M_2}{D^2} = M_2a_{cp2} = M_2\omega^2r_2 = M_2\omega^2\frac{M_1}{M_1+M_2}D;$$

$$\omega^2 = \frac{K(M_1+M_2)}{D^3}.$$

c) ……………………………….5p

În timpul Δt, în care se produce scurgere de substanţă de la o stea spre cealaltă stea, se produc următoarele schimbări:

$$M_1 \to M_1 + \Delta M_1;$$

$$M_2 \to M_2 - \Delta M_1;$$

$$\omega \to \omega + \Delta\omega;$$

$$T \to T + \Delta T;$$

$$D \to D + \Delta D,$$

în timp ce:

$$M_1 + \Delta M_1 + M_2 - \Delta M_1 = M_1 + M_2 = \text{ constant},$$

deoarece scurgerea de masă de la o stea spre cealaltă stea se face cu respectarea conservării masei;

$$L = \frac{M_1M_2}{M_1+M_2}D^2\omega = \text{ constant},$$

deoarece sistemul celor două stele se consideră izolat;

$$M_1M_2D^2\omega = \text{ constant};$$

$$\omega^2 = \frac{K(M_1+M_2)}{D^3},$$

relaţie stabilită anterior;

$$\omega^2D^3 = K(M_1+M_2) = \text{ constant}.$$

În aceste condiţii, rezultă:

$$M_1M_2D^2\omega = (M_1+\Delta M_1)(M_2-\Delta M_1)(D+\Delta D)^2(\omega+\Delta\omega);$$

$$M_1 M_2 D^2 \omega = M_1\left(1+\frac{\Delta M_1}{M_1}\right)M_2\left(1-\frac{\Delta M_1}{M_2}\right)D^2\left(1+\frac{\Delta D}{D}\right)^2 \omega\left(1+\frac{\Delta\omega}{\omega}\right);$$

$$1=\left(1+\frac{\Delta M_1}{M_1}\right)\left(1-\frac{\Delta M_1}{M_2}\right)\left(1+\frac{\Delta D}{D}\right)^2\left(1+\frac{\Delta\omega}{\omega}\right);$$

$$\left(1+\frac{\Delta M_1}{M_1}\right)^{-1}\left(1-\frac{\Delta M_1}{M_2}\right)^{-1} \approx \left(1+2\frac{\Delta D}{D}\right)\left(1+\frac{\Delta\omega}{\omega}\right);$$

$$\left(1-\frac{\Delta M_1}{M_1}\right)\left(1+\frac{\Delta M_1}{M_2}\right) \approx \left(1+2\frac{\Delta D}{D}\right)\left(1+\frac{\Delta\omega}{\omega}\right);$$

$$1+\frac{\Delta M_1}{M_2}-\frac{\Delta M_1}{M_1}-\frac{\Delta M_1}{M_2}\frac{\Delta M_1}{M_1}=1+\frac{\Delta\omega}{\omega}+2\frac{\Delta D}{D}+2\frac{\Delta D}{D}\frac{\Delta\omega}{\omega};$$

$$\frac{\Delta M_1}{M_2}\frac{\Delta M_1}{M_1}\to 0;\ \frac{\Delta D}{D}\frac{\Delta\omega}{\omega}\to 0;$$

$$\frac{\Delta M_1}{M_2}-\frac{\Delta M_1}{M_1}\approx\frac{\Delta\omega}{\omega}+2\frac{\Delta D}{D};$$

$$\frac{\Delta\omega}{\omega}+2\frac{\Delta D}{D}=\frac{M_1-M_2}{M_1 M_2}\Delta M_1;$$

$$\omega^2 D^3 = \text{constant};$$

$$\omega^2 D^3 = (\omega+\Delta\omega)^2(D+\Delta D)^3;$$

$$\omega^2 D^3 = \omega^2\left(1+\frac{\Delta\omega}{\omega}\right)^2 D^3\left(1+\frac{\Delta D}{D}\right)^3;$$

$$1=\left(1+\frac{\Delta\omega}{\omega}\right)^2\left(1+\frac{\Delta D}{D}\right)^3;$$

$$1\approx\left(1+2\frac{\Delta\omega}{\omega}\right)\left(1+3\frac{\Delta D}{D}\right);$$

$$1=1+3\frac{\Delta D}{D}+2\frac{\Delta\omega}{\omega}+6\frac{\Delta\omega}{\omega}\frac{\Delta D}{D};$$

$$\frac{\Delta\omega}{\omega}\frac{\Delta D}{D}\to 0;$$

$$\frac{\Delta D}{D} = -\frac{2}{3}\frac{\Delta\omega}{\omega};$$

$$\frac{\Delta\omega}{\omega} + 2\frac{\Delta D}{D} = \frac{M_1 - M_2}{M_1 M_2}\Delta M_1;$$

$$\frac{\Delta\omega}{\omega} + 2\left(-\frac{2}{3}\frac{\Delta\omega}{\omega}\right) = \frac{M_1 - M_2}{M_1 M_2}\Delta M_1;$$

$$\Delta\omega = -3\frac{M_1 - M_2}{M_1 M_2}\omega\Delta M_1.$$

d) ………………5p

$$\omega = \frac{2\pi}{T};$$

$$\omega + \Delta\omega = \frac{2\pi}{T + \Delta T};$$

$$\omega\left(1 + \frac{\Delta\omega}{\omega}\right) = \frac{2\pi}{T\left(1 + \frac{\Delta T}{T}\right)};$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T};$$

$$\left(1 + \frac{\Delta\omega}{\omega}\right) = \left(1 + \frac{\Delta T}{T}\right)^{-1};$$

$$\left(1 + \frac{\Delta\omega}{\omega}\right) \approx \left(1 - \frac{\Delta T}{T}\right);$$

$$\Delta\omega = -\frac{\omega}{T}\Delta T;$$

$$\Delta\omega = -3\frac{M_1 - M_2}{M_1 M_2}\omega\Delta M_1;$$

$$\frac{\omega}{T}\Delta T = 3\frac{M_1 - M_2}{M_1 M_2}\omega\Delta M_1;$$

$$\Delta M_1 = \frac{1}{3}\frac{M_1 M_2}{M_1 - M_2}\frac{\Delta T}{T};$$

$$\frac{\Delta M_1}{M_1 \Delta t} = \frac{1}{3} \frac{M_2}{M_1 - M_2} \frac{\Delta T}{T} \frac{1}{\Delta t};$$

$$\frac{\Delta M_1}{M_1 \Delta t} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1{,}4 \cdot M_S}{2{,}9 \cdot M_S - 1{,}4 \cdot M_S} \cdot \frac{20\,\mathrm{s}}{2{,}49 \cdot 24 \cdot 3600\,\mathrm{s}} \cdot \frac{1}{100\,\mathrm{ani}};$$

$$\frac{\Delta M_1}{M_1 \Delta t} \approx 2{,}89 \cdot 10^{-7}\,\frac{1}{\mathrm{an}}.$$

e) ....3 p

De la $\Sigma_2(M_2)$ spre $\Sigma_1(M_1)$, adică de la steaua cu masa mică spre steaua cu masa mare.

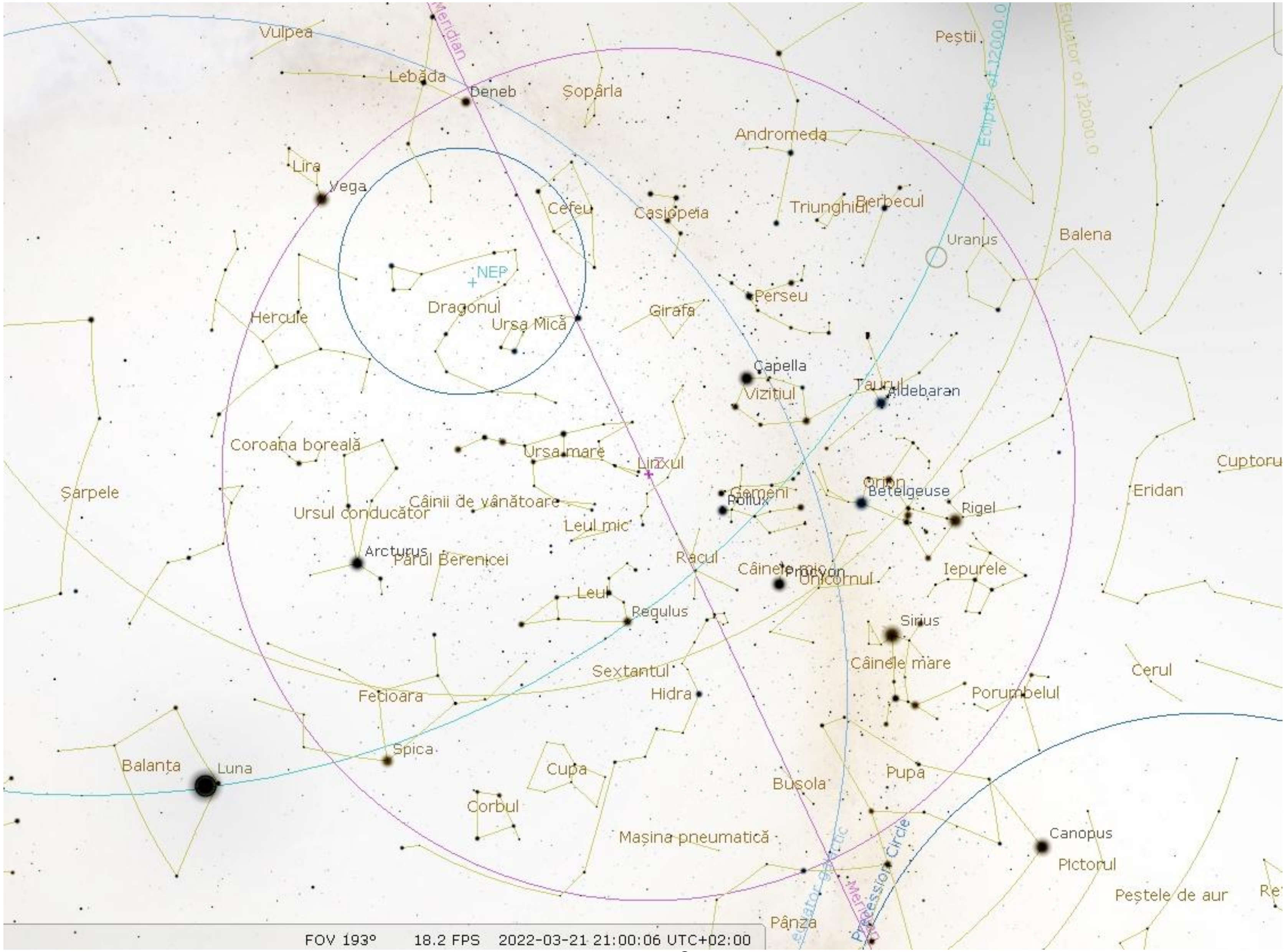
f) 2p

$$\frac{\Delta D}{D} = -\frac{2}{3} \frac{\Delta \omega}{\omega};$$

$$\Delta \omega = -\frac{\omega}{T} \Delta T; \; \frac{\Delta \omega}{\omega} = -\frac{\Delta T}{T};$$

$$\frac{\Delta D}{D} = \frac{2}{3} \frac{\Delta T}{T};$$

$$\frac{\Delta D}{D \Delta t} = \frac{2}{3} \frac{\Delta T}{T \Delta t} = \frac{2}{3} \cdot \frac{20\,\mathrm{s}}{2{,}49 \cdot 24 \cdot 3600\,\mathrm{s}} \cdot \frac{1}{100\,\mathrm{ani}} \approx 6{,}2 \cdot 10^{-7}\,\frac{1}{\mathrm{an}}.$$


Vulpea
Lebăda
Deneb
Șopârla
Peștii
Andromeda
Lira
Vega
Cefeu
Casiopeia
Triunghiul
Berbecul
Uranus
Balena
NEP
Dragonul
Ursa Mică
Hercule
Girafa
Perseu
Capella
Vizitiul
Taurul
Aldebaran
Coroana boreală
Ursa mare
Linxul
Cuptoru
Eridan
Șarpele
Gemeni
Pollux
Orion
Betelgeuse
Rigel
Ursul conducător
Câinii de vânătoare
Leul mic
Arcturus
Părul Berenicei
Racul
Câinele mic
Procyon
Unicornul
Iepurele
Leul
Regulus
Sirius
Câinele mare
Sextantul
Cerul
Fecioara
Hidra
Porumbelul
Spica
Balanța
Luna
Cupa
Busola
Pupa
Corbul
Mașina pneumatică
Canopus
Pictorul
Peștele de aur
Pânza
Meridian
Ecliptic of J2000.0
Equator of J2000.0
Precession Circle
FOV 193°
18.2 FPS
2022-03-21 21:00:06 UTC+02:00

Barem-Subiect tip C

Rezolvarea acestui subiect se face pe harta primită. Harta este realizată la latitudinea de 46° ora 21:00, în data de 21.03.2022.

5p. 1. Trasarea orizontului, ecuatorului ceresc, eclipticii, meridianului. Marcarea punctelor cardinale;

5p. 2. Trasarea pe hartă a trei constelaţii zodiacale şi două constelaţii circumpolare;

5p. 3. Localizarea pe hartă a cinci obiecte din catalogul Messier de pe zodiac;

5p. 4. Trasarea pe hartă a ecuatorului galactic şi localizarea a patru stele strălucitoare din apropierea acestuia.Trecerea numelor stelelor;

5p. 5. Localizarea pe hartă a polului nord ecliptic, trasarea cercului de precesie.