

**Concursul Național de Matematică „Olimpiada Satelor din România”
ETAPA JUDEȚEANĂ – 12 martie 2022
CLASA a VII – a – Barem**

Problema 1 (7 puncte)

Calculați media geometrică a numerelor a și b , unde :

$$a = \sqrt{12} + 2\sqrt{27} + 5\sqrt{3} + \sqrt{48} + 2\sqrt{75} \quad \text{și}$$

$$b = \sqrt{(5 - \sqrt{3})^2} - \sqrt{(2\sqrt{3} - 3\sqrt{2})^2} - \sqrt{(5 - 3\sqrt{2})^2} + \sqrt{7^2 - 1^2}.$$

Barem de corectare:

$$a = 2\sqrt{3} + 6\sqrt{3} + 5\sqrt{3} + 4\sqrt{3} + 10\sqrt{3} = 27\sqrt{3} \dots\dots\dots 2p$$

$$b = |5 - \sqrt{3}| - |2\sqrt{3} - 3\sqrt{2}| - |5 - 3\sqrt{2}| + \sqrt{48} \dots\dots\dots 1p$$

$$b = 5 - \sqrt{3} - 3\sqrt{2} + 2\sqrt{3} - 5 + 3\sqrt{2} + 4\sqrt{3} = 5\sqrt{3} \dots\dots\dots 2p$$

$$m_g(a, b) = \sqrt{a \cdot b} \dots\dots\dots 1p$$

$$m_g(a, b) = 9\sqrt{5} \dots\dots\dots 1p$$

Problema 2 (7 puncte)

Un fermier are în curte găini și oi. În total sunt 75 de capete și 200 de picioare. Câte găini și câte oi are fermierul ?

Barem de corectare:

Fie G - numărul de găini și cu O - numărul de oi. Atunci

$$\begin{cases} G + O = 75 \\ 2G + 4O = 200 \end{cases} \dots\dots\dots 3p$$

$$G = 50 \dots\dots\dots 2p$$

$$O = 25 \dots\dots\dots 2p$$

Problema 3 (7 puncte)

Se consideră triunghiul dreptunghic ABC , cu $\sphericalangle A = 90^\circ$ și $\sphericalangle C = 30^\circ$. Dacă distanța de la G , centrul de greutate al triunghiului ABC la latura AC este 4 cm, determinați lungimea ipotenuzei triunghiului ABC .

Barem de corectare:

Desen corect..... 1p

Fie $GP \perp AC$, $P \in AC$. Cum $BA \perp AC$, avem $GP \parallel BA$. (1)..... 1p

Considerăm CM - mediana corespunzătoare laturii BA . (2)..... 1p

Din (1) și (2), conform TFA, reiese că $\triangle CGP \sim \triangle CMA \Rightarrow \frac{CG}{CM} = \frac{GP}{MA} = \frac{CP}{CA}$2p

Cum G se află pe mediană la o treime de latură și două treimi de vârf, înlocuind în relația de mai sus, obținem că $MA = 6 \text{ cm}$, deci $BA = 12 \text{ cm}$1p

Din $T \approx 30^\circ$ aplicată în $\triangle ABC$, concluzionăm că $BC = 24 \text{ cm}$1p

Problema 4 (7 puncte = 4 puncte a) + 3 puncte b))

Bunicul lui Sandală este agricultor și dorește să vândă un teren arabil cu prețul de 3,5 euro pentru un metru pătrat (m^2). Suprafața terenului este egală cu suprafața unui dreptunghi care are dimensiunile invers proporționale cu numerele 0, (3) , respectiv 0,25, și perimetrul de 28 dam.

a) Ce suprafață are terenul pe care dorește să-l vândă bunicul lui Sandală?

b) Câți lei ar obține bunicul lui Sandală din urma vânzării terenului , știind că la schimbul valutar $1 \text{ euro} = 5 \text{ lei}$?

Barem de corectare:

a) Considerăm L – lungimea dreptunghiului și l – lățimea dreptunghiului.

Dacă $l \cdot 0, (3) = L \cdot 0,25 = k \Leftrightarrow \frac{l}{3} = \frac{L}{4} = k$ și $P = 28 \text{ dam}$, atunci obținem.....2p

$L = 8 \text{ dam}$ și $l = 6 \text{ dam}$1p

Prin urmare , $A = L \cdot l \Leftrightarrow A = 48 \text{ dam}^2$1p

b) $A = 48 \text{ dam}^2 = 4800 \text{ m}^2$ 1p

Cum 1 m^2 3,5 euro , 4800 m^2 16 800 euro1p

Bunicul obține pe terenul vândut $16\,800 \text{ euro} \cdot 5 = 84\,000 \text{ lei}$ 1p