

**Concursul Național de Matematică „Olimpiada Satelor din România”  
ETAPA JUDEȚEANĂ – 12 martie 2022  
CLASA a VI – a - Barem**

**Problema 1 (7 puncte)**

Într-o clasă sunt cel puțin 31 și cel mult 40 de elevi. Aflați câți băieți sunt în clasă, știind că numărul lor este de 5 ori mai mare decât numărul fetelor din clasă.

***Barem de corectare:***

E = numărul elevilor

B = numărul băieților

F = numărul fetelor

$$\left. \begin{array}{l} E = B + F \\ B = 5F \end{array} \right\} \Rightarrow E = 6F \dots\dots\dots 2p$$

$$\left. \begin{array}{l} E - \text{multiplu de } 6 \\ 31 \leq E \leq 40 \end{array} \right\} \Rightarrow E = 36 \dots\dots\dots 3p$$

$$6F = 36 \Rightarrow F = 6 \dots\dots\dots 1p$$

$$B = 5F \Rightarrow B = 30 \dots\dots\dots 1p$$

**Problema 2 (7puncte)**

Fie mulțimile :

$$A = \{x | x = \overline{3a2b} \text{ și } \overline{3a2b} : 18\} \text{ și } B = \{y | y = \overline{3c2d} \text{ și } \overline{3c2d} : 12\}$$

Calculați  $(A \cup B) \setminus (A \cap B)$ .

***Barem de corectare:***

$$\left. \begin{array}{l} \overline{3a2b} : 18 \\ 18 = 2 \cdot 9 \\ (2, 9) = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow \overline{3a2b} : 2 \text{ și } \overline{3a2b} : 9 \dots\dots\dots 1p$$

$$\overline{3a2b} : 2 \Rightarrow b \in \{0, 2, 4, 6, 8\} \dots\dots\dots 0,5p$$

$$\overline{3a2b} : 9 \Rightarrow 3 + a + 2 + b : 9 \dots\dots\dots 0,5p$$

$$A = \{3024, 3222, 3420, 3528, 3726, 3924\} \dots\dots\dots 1p$$

$$\left. \begin{array}{l} \overline{3c2d} : 12 \\ 12 = 3 \cdot 4 \\ (3, 4) = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow \overline{3c2d} : 3 \text{ și } \overline{3c2d} : 4 \dots\dots\dots 1p$$

$$\overline{3c2d} : 3 \Rightarrow 3 + c + 2 + d : 3 \dots\dots\dots 0,5p$$

$$\overline{3c2d} : 4 \Rightarrow d \in \{0, 4, 8\} \dots\dots\dots 0,5p$$

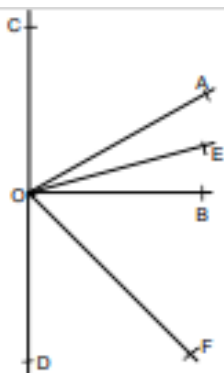
$$B = \{3024, 3120, 3228, 3324, 3420, 3528, 3624, 3720, 3828, 3924\} \dots\dots\dots 1p$$

$$(A \cup B) \setminus (A \cap B) = \{3120, 3222, 3228, 3324, 3624, 3720, 3726, 3828, 3924\} \dots\dots\dots 1p$$

**Problema 3 (7 puncte)**

Se consideră unghiurile adiacente complementare  $\angle AOB$  și  $\angle AOC$ . Măsura unghiului  $\angle AOC$  de două ori mai mare decât măsura unghiului  $\angle AOB$ . Dacă  $(OD$  este semidreapta opusă semidreptei  $(OC$ , determinați măsura unghiului format de bisectoarele unghiurilor  $\angle AOB$  și  $\angle BOD$ .

**Barem de corectare:**



$$\left. \begin{array}{l} \angle AOB \text{ și } \angle AOC - \text{complementare} \\ \angle AOC = 2 \cdot \angle AOB \end{array} \right\} \Rightarrow 3 \cdot \angle AOB = 90^\circ \Rightarrow \angle AOB = 30^\circ \dots\dots\dots 2,5p$$

$$\left. \begin{array}{l} OD \text{ și } OC - \text{semidrepte opuse} \\ \angle AOB \text{ și } \angle AOC - \text{complementare} \end{array} \right\} \Rightarrow \angle BOD = 90^\circ \dots\dots\dots 2,5p$$

$$\left. \begin{array}{l} OE - \text{bisect. } \angle AOB \\ OF - \text{bisect. } \angle BOD \end{array} \right\} \Rightarrow \angle EOF = \frac{\angle AOB + \angle BOD}{2} = \frac{30^\circ + 90^\circ}{2} = 60^\circ \dots\dots\dots 2p$$

**Problema 4 (7 puncte)**

Se consideră triunghiul  $ABC$ ,  $DE \parallel BC$ ,  $D \in [AC]$ ,  $E \in [AB]$ , în care  $BD$  este bisectoarea  $\sphericalangle ABC$  și  $EF$  este bisectoarea  $\sphericalangle DEB$ ,  $F \in BC$ . Demonstrați că dreptele  $BD$  și  $EF$  sunt perpendiculare.

***Barem de corectare:***

Realizare corectă desen.....2p

Din  $DE \parallel BC$  și  $AB$  secantă, avem că  $\sphericalangle ABC$  și  $\sphericalangle DEB$  sunt unghiuri interne de aceeași parte a secantei, deci  $\sphericalangle ABC + \sphericalangle DEB = 180^\circ$  .....1p

Dacă  $BD$  este bisectoarea  $\sphericalangle ABC$  și  $B, F, C$  coliniare, atunci  $\sphericalangle EBD = \frac{\sphericalangle ABC}{2}$ .....1p

Dacă  $EF$  este bisectoarea  $\sphericalangle DEB$ , atunci  $\sphericalangle FEB = \frac{\sphericalangle DEB}{2}$ .....1p

Deci,  $\sphericalangle FEB + \sphericalangle EBD = 90^\circ$ .....1p

Fie  $\{O\} = BD \cap EF$ . Atunci  $\sphericalangle EOB = 180^\circ - (\sphericalangle FEB + \sphericalangle EBD) = 90^\circ$ . .....0,5p

În concluzie,  $BD \perp EF$ . .....0,5p