

**Concursul Național de Matematică „Olimpiada Satelor din România”
ETAPA JUDEȚEANĂ – 12 martie 2022
CLASA a V – a - Barem**

Problema 1 (7 puncte)

În pătratul de mai jos, suma numerelor de pe fiecare linie, a celor de pe fiecare coloană și a celor de pe fiecare din cele două diagonale este aceeași. Determinați numerele a , b , c , d și e .

a	b	8
5	c	d
22	e	12

Barem de corectare:

$$a + 5 + 22 = a + b + 8 \Rightarrow 27 = b + 8 \Rightarrow b = 19 \dots\dots\dots 1,5p$$

$$a + c + 12 = 8 + c + 22 \Rightarrow a + 12 = 30 \Rightarrow a = 18 \dots\dots\dots 1,5p$$

Deci suma elementelor de pe fiecare linie, de pe fiecare coloană și de pe fiecare diagonală este egală cu 45.1p

$$c = 15 \dots\dots\dots 1p$$

$$d = 25 \dots\dots\dots 1p$$

$$e = 11 \dots\dots\dots 1p$$

Problema 2 (7 puncte)

Vom numi „civilizat” un număr care **nu** se împarte cu rest 0 la niciuna dintre cifrele sale. Refaceți înmulțirea alăturată în care atât cei doi factori, cât și produsul sunt **numere civilizate**.

$$\overline{23x} \cdot \overline{y9} = \overline{abcd}$$

Barem de corectare:

$$\text{Dacă } \overline{23x} \text{ este civilizat atunci } \overline{23x} \text{ poate fi } 233 \text{ sau } 239 \dots\dots\dots 2p$$

$$\text{Dacă } \overline{y9} \text{ este civilizat atunci } \overline{y9} \text{ poate fi } 29, 49, 59, 79, 89 \dots\dots\dots 2p$$

Dar produsul este un număr de patru cifre și cum $233 \cdot 49$ este un număr de 5 cifre, avem $\overline{y9} < 49 \dots\dots\dots 1p$

$$\text{Prin urmare, } \overline{y9} = 29 \dots\dots\dots 1p$$

Avem două cazuri, $233 \cdot 29 = 6757$ și $239 \cdot 29 = 6931$ și cum doar 6757 este civilizat, înmulțirea care respectă cerințele este $233 \cdot 29 = 6757 \dots\dots\dots 1p$

Problema 3 (7 puncte)

Fie numărul $N=102003000400005\dots49$, obținut prin scrierea, fără spații, a numerelor naturale de la 1 la 49, fiecare (cu excepția lui 49) fiind urmat de un număr de zerouri egal cu valoarea sa.



- Determinați numărul de cifre ale lui N.
- Determinați cifra de pe locul 55.

Barem de corectare:

- De la 1 până la 49 avem 9 numere formate dintr-o singură cifră și 40 de numere formate din două cifre. Dacă fiecare din aceste numere (cu excepția lui 49) este urmat de un număr de zerouri egal cu valoarea sa, atunci numărul de cifre ale lui N este egal cu $9 + 2 \cdot 40 + 1 + 2 + 3 + \dots + 48$2p

Deci N are $89 + \frac{48 \cdot 49}{2} = 1265$ cifre.....2p

- Observăm că prin inserarea după fiecare număr de la 1 la 9 a unui număr de zerouri egal cu valoarea numărului respectiv obținem $9 + 1 + 2 + 3 + \dots + 9 = 54$ cifre.....2p
Deci cifra de pe locul 55 este 11p

Problema 4 (7 puncte)

Într-un bloc cu trei etaje, la parter sunt magazine. Deasupra etajului întâi locuiesc 56 de persoane, iar sub etajul trei locuiesc 52 de persoane. Numărul celor care locuiesc la etajul doi este egal cu suma dintre numărul celor care locuiesc deasupra și numărul celor ce locuiesc sub etajul doi.

- Calculați numărul de persoane care locuiesc în bloc.
- Calculați numărul de persoane care locuiesc la etajul trei.

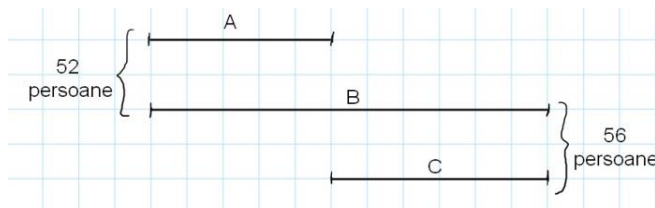
Barem de corectare:

A=numărul de persoane ce locuiesc la primul etaj

B=numărul de persoane ce locuiesc la al doilea etajul al doilea

C=numărul de persoane ce locuiesc la etajul al treilea

a)



$$A + B + B + C = 52 + 56 \Rightarrow A + 2B + C = 108 \quad \dots\dots\dots 1p$$

$$A + C = B \Rightarrow 3B = 108 \Rightarrow B = 36 \quad \dots\dots\dots 2p$$

$$A + B + C = 2B \Rightarrow A + B + C = 72 \quad \dots\dots\dots 1p$$

b) $B + C = 56 \Rightarrow 36 + C = 56 \Rightarrow C = 20 \quad \dots\dots\dots 3p$