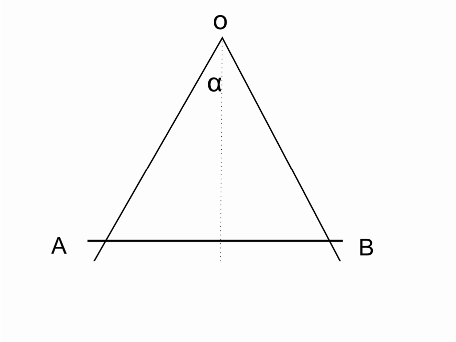
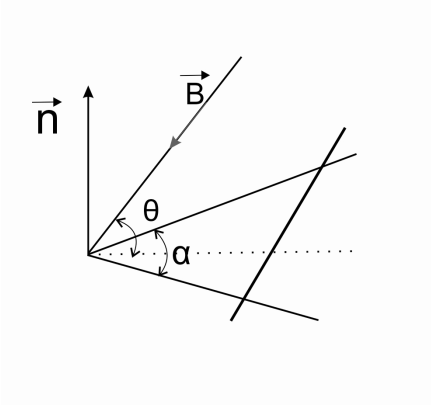
BAREM

SUBIECTUL I **(10 puncte)**

Oficiu	1p
a.Reprezentarea corectă a barelor 1 	0,5p
Reprezentarea corectă a barelor şi unghiurilor 2 	0,5p
Fluxul magnetic prin suprafata delimitata de bara este: $\phi = BS\cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = BS\sin\theta$ Din figura 1 se obtine aria S. $S = x^2 tg\frac{\alpha}{2}$ si $\phi = Bx^2 tg\frac{\alpha}{2}\sin\theta = x^2 Wb$	1p 1p
b.Intensitatea curentului electric rezulta din legea lui Ohm, i=e/R, unde e	1p

este t.e.m. ce se obtine din legea lui Faraday: $$e = BLv\sin\theta = 2Bxtg\frac{\alpha}{2}\cdot v\sin\theta = 2Bvxtg\frac{\alpha}{2}\sin\theta \text{ si}$$ $$R = R_0 l_{perimetru} = R_0\left(2xtg\frac{\alpha}{2} + 2x\frac{1}{\cos\frac{\alpha}{2}}\right) = 2R_0\frac{x}{\cos\frac{\alpha}{2}}\left(\sin\frac{\alpha}{2}+1\right)$$ $$i = \frac{Bv\sin\frac{\alpha}{2}\sin\theta}{R_0\left(\sin\frac{\alpha}{2}+1\right)} = 0{,}41A$$	0,5p 0,5p
c. $e = 2Bv^2t\cdot tg\frac{\alpha}{2}\sin\theta = 4\cdot 10^{-2}V$ $U = R_{bara}I = 2R_0Ivt\cdot tg\frac{\alpha}{2} \approx 1{,}16\cdot 10^{-2}V$	1p 1p
d. $F_{em} = BIl\sin\theta = 2BIvt\cdot tg\frac{\alpha}{2}\sin\theta = 0{,}164N$ Fenomenul are loc cu echilibrul dinamic al fortelor si $\vec{F} + \vec{F}_{em} = 0 \Rightarrow F = F_{em} = 0{,}164\ N$ Puterea mecanica consumata este: $P = F\cdot v = 0{,}0164W$ Puterea electrica rezultanta este P_{el}=ei=0,0164W Puterea electrica este disipata in rezistenta circuitului sub forma de caldura: P=RI^2=0,0164W.	1p 1p

SUBIECTUL II

	Parțial	Punctaj
Total problema		**10**
a) Din legea de conservare a impulsului $v_{CM}=0$	1	**1**
b) dacă l e lungimea resortului nedeformat, l_1 și l_2 distanțele corpurilor față de centrul de masă pentru resortul nedeformat, iar x_1 și x_2 deplasările corpurilor față de poziția de echilibru atunci: $m_1 l_1 = m_2 l_2$ $l_1 + l_2 = l$ $m_1(l_1 - x_1) = m_2(l_2 - x_2)$	1	**4**
de unde: $m_1 x_1 = m_2 x_2$ $x_1 + x_2 = x_1 \frac{m_1 + m_2}{m_2}$	1	
forța ce acționează asupra corpurilor este: $F = k(x_1 + x_2) = kx_1 \frac{m_1 + m_2}{m_2} = k_1 x_1$	1	
de unde putem afla perioada de oscilație: $T = 2\pi\sqrt{\frac{m_1}{k_1}} = \sqrt{\frac{m_1 m_2}{k(m_1 + m_2)}}$	1	
c) $v_{max} = a\omega$, $\omega = \frac{2\pi}{T}$	1	**1**

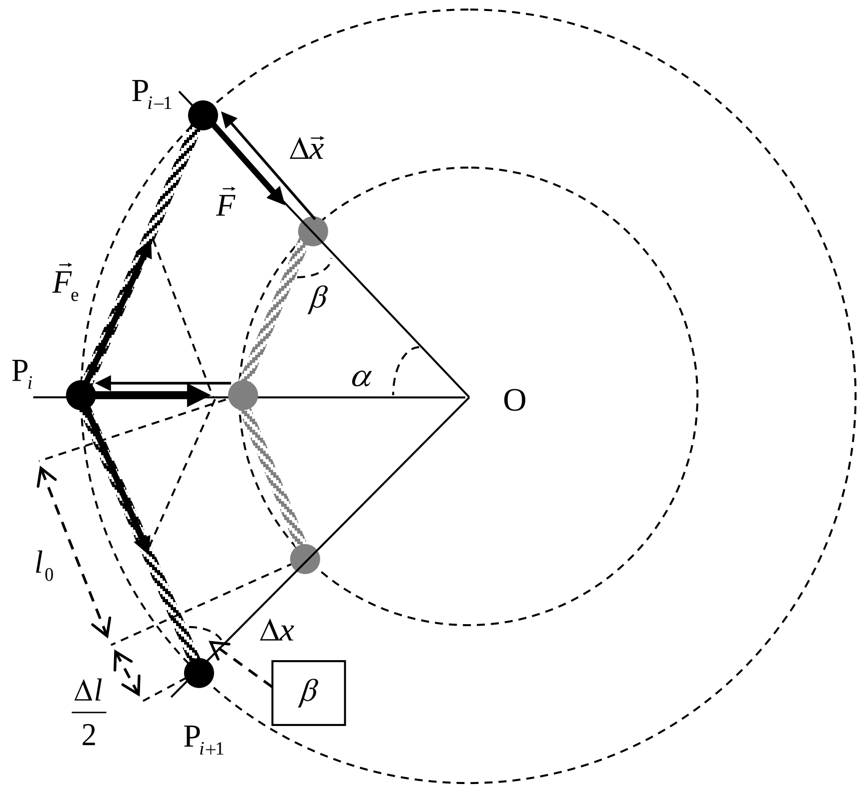
1. Fiecare dintre subiectele 1, 2, respectiv 3 se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
2. În cadrul unui subiect, elevul are dreptul să rezolve în orice ordine cerințele.
3. Durata probei este de 3 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.
4. Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare subiect se punctează de la 10 la 1 (1 punct din oficiu). Punctajul final reprezintă suma acestora.

$v_{max} = a\sqrt{\frac{k(m_1+m_2)}{m_1 m_2}}$		
d) a este deformarea maximă şi corepunde sumei aplitudinilor celor două corpuri $m_1 a_1 = m_2 a_2$ $a_1 + a_2 = a$ Amplitudinea corpului 2 cand corpul 1 nu este fixat este: $a_2 = a\frac{m_1}{m_1+m_2}$	1	**3**
Prin fixarea corpului 1 noua pulsație a mişcării este: $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m_2}}$	1	
$v_2 = a_2\omega = a_0\omega_0$ Înlocuind a_2 şi ω_0 obținem: $a_0 = a\sqrt{\frac{m_1}{m_1+m_2}}$	1	
Oficiu		**1**

1. Fiecare dintre subiectele 1, 2, respectiv 3 se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
2. În cadrul unui subiect, elevul are dreptul să rezolve în orice ordine cerințele.
3. Durata probei este de 3 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.
4. Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare subiect se punctează de la 10 la 1 (1 punct din oficiu). Punctajul final reprezintă suma acestora.

Clasa a XI-a
Problema 2
Rezolvare

a) (3p) Utilizând figura alăturată, în care pendulele P_i, P_{i-1} şi P_{i+1} sunt deplasate din poziţia de echilibru, de-a lungul fiecărei spiţe, vectorul elongaţie fiind $\Delta\vec{x}$, iar alungirea fiecărui resort fiind Δl, rezultă:



$$\alpha = \frac{2\pi}{n};\ \alpha + 2\beta = \pi;\ \ 2\beta = \pi - \alpha;$$

$$\frac{\Delta l}{2} = \cos\beta\,\Delta x;\ \Delta l = 2\cos\beta\,\Delta x;$$

$$F_e = k\Delta l = 2k\cos\beta\,\Delta x,$$

astfel încât forţa care determină revenirea fiecărei bile spre poziţia de echilibru este:

$$F = 2F_e\cos\beta = 4k\cos^2\beta\,\Delta x;$$

$$F = 4k\cos^2\left(\frac{(n-2)\pi}{2n}\right)\Delta x;$$

$$K = 4k\cos^2\left(\frac{(n-2)\pi}{2n}\right);$$

$$F = K\,\Delta x;\ \ \vec{F} = -K\,\Delta\vec{x},$$

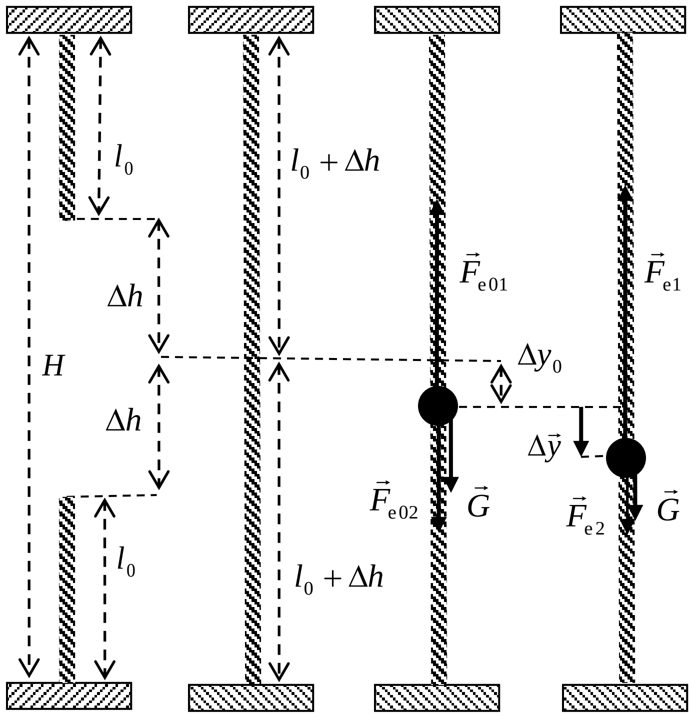
ceea ce dovedeşte că oscilaţiile sunt armonice;

$$K = 4k\cos^2\left(\frac{(n-2)\pi}{2n}\right) = m\omega^2 = m\frac{4\pi^2}{T^2};$$

$$T=\pi\sqrt{\frac{m}{k}}\frac{1}{\cos\frac{(n-2)\pi}{2n}}=\frac{\pi}{\sin\frac{\pi}{n}}\sqrt{\frac{m}{k}}.$$

b) (3p)

1) Pentru oscilaţiile verticale mici ale bilei, considerând că cele două resorturi sunt permanent deformate prin întindere, utilizând secvenţele din figura alăturată, rezultă:

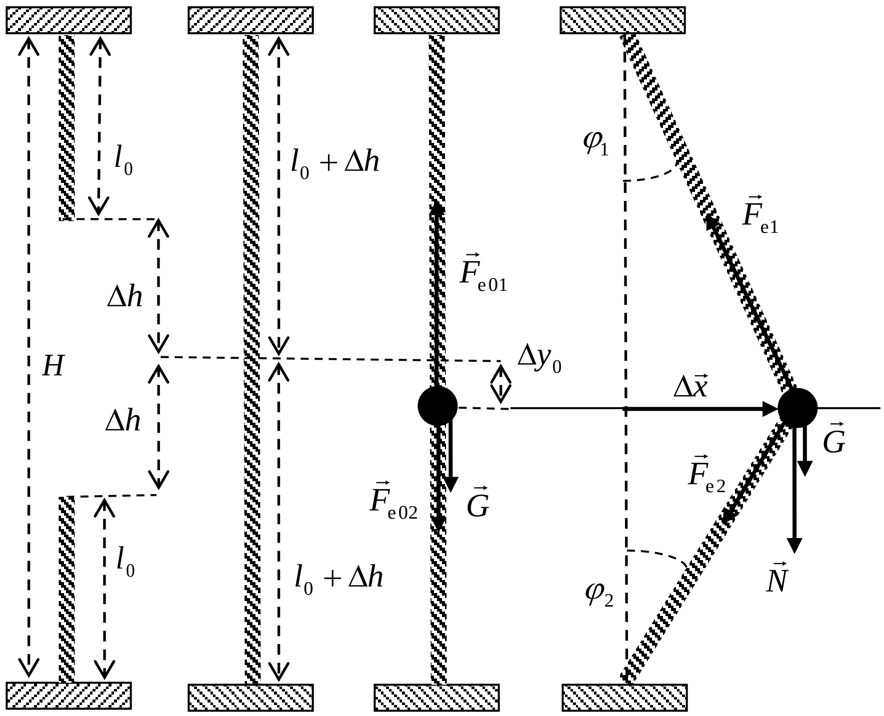


$$2l_0+2\Delta h=H;$$
$$\Delta h=\frac{H-2l_0}{2}=\frac{H}{2}-l_0;$$
$$\vec{F}_{e01}+\vec{F}_{e02}+\vec{G}=0;$$
$$k(\Delta h+\Delta y_0)=k(\Delta h-\Delta y_0)+mg;$$
$$\Delta y_0=\frac{mg}{2k};$$
$$\vec{F}=\vec{F}_{e1}+\vec{F}_{e2}+\vec{G};$$
$$F=F_{e1}-F_{e2}-G;$$
$$F=k(\Delta h+\Delta y_0+\Delta y)-k(\Delta h-\Delta y_0-\Delta y)-mg;$$
$$F=k(\Delta h+\Delta y_0)-k(\Delta h-\Delta y_0)-mg+2k\Delta y;$$
$$F=2k\Delta y;\ 2k=k_0;\ F=k_0\Delta y;$$
$$\vec{F}=-2k\Delta\vec{y};\ \vec{F}=-k_0\Delta\vec{y},$$

ceea ce dovedeşte caracterul armonic al oscilaţiilor bilei;

$$k_{01} = m\omega_1^2 = m\frac{4\pi^2}{T_1^2};\ T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_{01}}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{2k}}.$$

2) Pentru oscilaţiile laterale orizontale mici, utilizând figura alăturată, rezultă:



$$F_{e1} \approx F_{e01} = k(\Delta h + \Delta y_0);$$

$$F_{e2} \approx F_{e02} = k(\Delta h - \Delta y_0);$$

$$F = F_{e1} \sin\varphi_1 + F_{e2} \sin\varphi_2;$$

$$F \approx F_{e1} \tan\varphi_1 + F_{e2} \tan\varphi_2;$$

$$F = k(\Delta h + \Delta y_0)\frac{\Delta x}{l_0 + \Delta h + \Delta y_0} + k(\Delta h - \Delta y_0)\frac{\Delta x}{l_0 + \Delta h - \Delta y_0};$$

$$F = k\left(\frac{\Delta h + \Delta y_0}{l_0 + \Delta h + \Delta y_0} + \frac{\Delta h - \Delta y_0}{l_0 + \Delta h - \Delta y_0}\right)\Delta x;$$

$$k_{02} = k\left(\frac{\Delta h + \Delta y_0}{l_0 + \Delta h + \Delta y_0} + \frac{\Delta h - \Delta y_0}{l_0 + \Delta h - \Delta y_0}\right);$$

$$F = k_{02}\Delta x;\ \vec{F} = -k_{02}\Delta\vec{x},$$

ceea ce dovedeşte că oscilaţiile laterale orizontale mici sunt oscilaţii armonice;

$$k_{02} = m\omega_2^2 = m\frac{4\pi^2}{T_2^2};$$

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_{02}}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k\left(\frac{\Delta h + \Delta y_0}{l_0 + \Delta h + \Delta y_0} + \frac{\Delta h - \Delta y_0}{l_0 + \Delta h - \Delta y_0}\right)}};$$

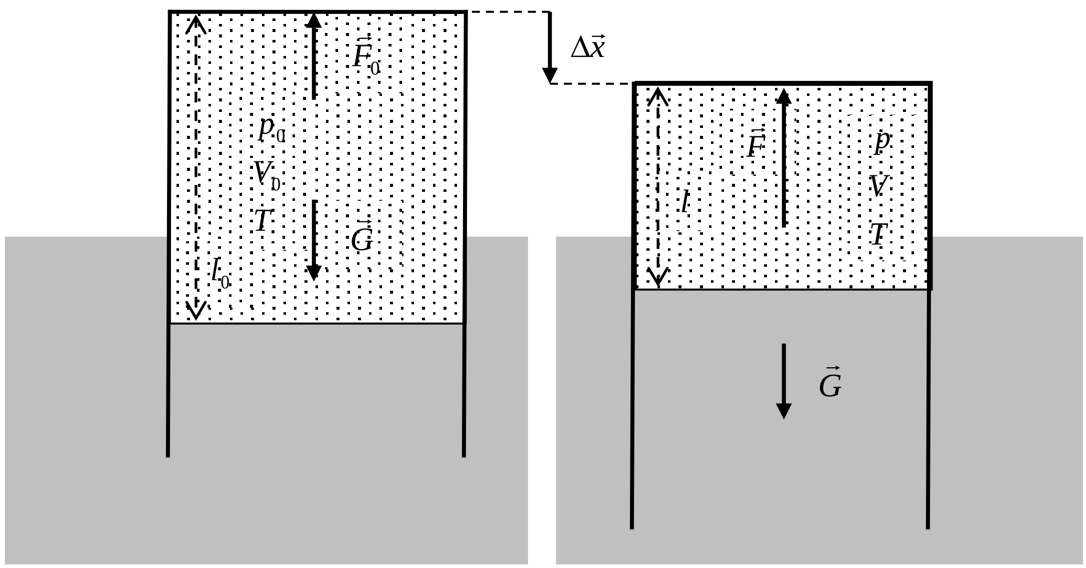
$$\Delta h = \frac{H}{2} - l_0; \ \ \Delta y_0 = \frac{mg}{2k}.$$

c) (3p) Corespunzător secvenţelor din figura alăturată, rezultă:

$$F_0 = mg; \ \ p_0 S = mg; \ \ p_0 = \frac{mg}{S};$$

$$p_0 V_0 = pV; \ p = p_0\frac{V_0}{V} = \frac{mg}{S}\frac{l_0}{l};$$

$$F = pS = mg\frac{l_0}{l}; \ l = l_0 - \Delta x;$$



$$F = mg\frac{l_0}{l_0 - \Delta x} = mg\frac{l_0}{l_0\left(1 - \frac{\Delta x}{l_0}\right)} = mg\left(1 - \frac{\Delta x}{l_0}\right)^{-1};$$

$$F \approx mg\left(1 + \frac{\Delta x}{l_0}\right); \ \vec{R} = \vec{F} + \vec{G}; \ \ R = F - G;$$

$$R = mg\left(1 + \frac{\Delta x}{l_0}\right) - mg; \ \ R = \frac{mg}{l_0}\Delta x; \ \ k = \frac{mg}{l_0};$$

$$R = k\Delta x; \ \ \vec{R} = -k\Delta\vec{x},$$

ceea ce dovedeşte că oscilaţiile paharului sunt oscilaţii armonice;

$$k = m\omega^2 = m\frac{4\pi^2}{T^2} = \frac{mg}{l_0}; \ T = 2\pi\sqrt{\frac{l_0}{g}}.$$