



**BAREME DE NOTARE**

**SUBIECTUL I**

**(10 puncte)**

	REZOLVARE	PUNCTAJ
a)	<p>după direcția orizontală corpul are o mișcare rectilinie uniformă:  <math>d = v_0 \cos \alpha t_0</math> (0,5p) <math>\rightarrow d=28,2\text{m}</math> (0,5p)                      după direcția verticală corpul are o mișcare rectilinie uniform variată:  <math>h = v_0 \sin \alpha t_0 - \frac{g \cdot t_0^2}{2}</math> (0,5p) <math>\rightarrow h=8,6\text{m}</math>. (0,5p)</p>	(2p)
b)	<p><math>\frac{E_c}{E_{ct}} = \frac{\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2}}{\frac{mv^2}{2}}</math> (0,25p), <math>m_1 + m_2 = m</math>, <math>\frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{2} \rightarrow m_1 = \frac{m}{3}</math>, <math>m_2 = \frac{2m}{3} \rightarrow</math>  <math>\frac{E_c}{E_{ct}} = \frac{v_1^2 + 2v_2^2}{3v^2}</math> (0,25p)                      Pentru calcularea raportului energetic trebuie calculate viteza v corpului imediat înainte de explozie și vitezele <math>v_1</math> și <math>v_2</math> a fragmentelor imediat după explozie.                      Viteza imediat înainte de explozie se poate calcula energetic:  <math>E_{c0} = E_{ct} + E_{pt} \rightarrow \frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv^2}{2} + mgh \rightarrow v^2 = v_0^2 - 2gh</math> (0,5p) <math>\rightarrow</math>  <math>v^2 = v_0^2 - 2g \left( v_0 \sin \alpha t_0 - \frac{g \cdot t_0^2}{2} \right) \rightarrow v = \sqrt{v_0^2 - 2g \left( v_0 \sin \alpha t_0 - \frac{g \cdot t_0^2}{2} \right)} \rightarrow v=15,2\text{m/s}</math>.                      (0,5p)                      Pentru fragmentul mai ușor :                      după direcția orizontală <math>v_{1x} = v_0 \cos \alpha + \Delta v \rightarrow v_{1x}=64,1\text{m/s}</math> (0,25p)  <math>D_1 = d + (v_0 \cos \alpha + \Delta v)t_1 \rightarrow t_1=0,855\text{s}</math> (0,5p)                      după direcția verticală <math>0 = h + v_{1y}t_1 - \frac{gt_1^2}{2} \rightarrow v_{1y} = \frac{\frac{gt_1^2}{2} - h}{t_1} \rightarrow v_{1y}=-5,86\text{m/s}</math> (0,5p).                      Viteza fragmentului de masă <math>m_1 = \frac{m}{3}</math> este <math>v_1 = \sqrt{v_{1x}^2 + v_{1y}^2} \rightarrow v_1=64,3\text{m/s}</math> (0,25p)                      Explozia are loc astfel încât se conservă impulsul:  <math>\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2</math>                      După direcția orizontală  <math>p_x = p_{1x} + p_{2x} \rightarrow mv_x = \frac{mv_{1x}}{3} + \frac{2mv_{2x}}{3}</math> (0,5p) <math>\rightarrow v_{2x} = \frac{3v_x - v_{1x}}{2} \rightarrow</math>  <math>v_{2x} = \frac{3v_0 \cos \alpha - v_{1x}}{2} \rightarrow</math>  <math>v_{2x}=-10,9\text{m/s}</math> (fragmentul 2 se întoarce înapoi) (0,5p)                      După direcția verticală :  <math>p_y = p_{1y} + p_{2y} \rightarrow mv_y = \frac{mv_{1y}}{3} + \frac{2mv_{2y}}{3}</math> (0,5p) <math>\rightarrow v_{2y} = \frac{3v_y - v_{1y}}{2} \rightarrow</math></p>	(5,5p)

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



	$v_{2y} = \frac{[3(v)_0 \sin \alpha - g t_0] - v_{1y}}{2} \rightarrow$ $v_{2y} = -5,32 \text{ m/s (0,5p)}$ <p>Viteza fragmentului de masă <math>m_2 = \frac{2m}{3}</math> este <math>v_2 = \sqrt{v_{2x}^2 + v_{2y}^2} \rightarrow v_2 = 12,1 \text{ m/s (0,25p)} \rightarrow</math></p> $\frac{E_c}{E_{ct}} = \frac{v_1^2 + 2v_2^2}{3v^2} = 6,06 \text{ (0,25p)}$	
c)	<p>după direcția orizontală fragmentul 2 are o mișcare rectilinie uniformă :</p> $x_2 = d + v_{2x} \cdot t_2 \text{ (0,5p)}$ <p>după direcția verticală fragmentul 2 are o mișcare rectilinie uniform variată :</p> $0 = h + v_{2y} \cdot t_2 - \frac{g \cdot t_2^2}{2} \text{ (0,5p)} \rightarrow g \cdot t_2^2 - 2v_{2y} \cdot t_2 - 2h = 0 \rightarrow t_2 = \frac{v_{2y} + \sqrt{v_{2y}^2 + 2gh}}{g}$ <p>(0,5p) <math>\rightarrow t_2 = 0,88 \text{ s (0,5p)}</math>  <math>\rightarrow x_2 = 18,5 \text{ m} = D_2 \text{ (0,5p)}</math></p>	(2,5p)
	<b>OFICIU</b>	<b>1p</b>
	<b>TOTAL</b>	<b>10p</b>

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



**SUBIECTUL II**

**(10 puncte)**

	<b>REZOLVARE</b>	<b>PUNCTAJ</b>
<b>A<sub>1</sub></b>	<p>Notății:</p> <p><math>N_N</math> = numărul inițial de molecule de azot</p> <p><math>N_H</math> = numărul inițial de molecule de hidrogen</p> <p><math>N'</math> = numărul total de molecule după disocierea azotului</p> <p><math>N''</math> = numărul total de molecule după disocierea hidrogenului</p> <p><math>M_N</math> = masa de azot din vas</p> <p><math>M_H</math> = masa de hidrogen din vas</p> <p><math>N' = 2N_N + N_H</math> (1)</p> <p><math>N'' = 2N_N + 2N_H</math> (2)</p> <p>Utilizând ecuația termică de stare a gazului ideal</p> <p><math>pV = NKT</math> se obține</p> <p><math>p_1 V = N'KT_1</math> (3)</p> <p><math>p_2 V = N''KT_2</math> (4)</p> <p>Rezultă: <math>N' / N'' = 3 / 4</math> (5)</p>	<b>3 p</b>
<b>A<sub>2</sub></b>	<p><math>(2N_N + N_H) / (2N_N + 2N_H) = 3/4</math> (6)</p> <p>Se obține: <math>N_N = N_H</math> (7)</p> <p><math>M_N = (N_N / N_A) \cdot \mu_N</math> (8)</p> <p><math>M_H = (N_H / N_A) \cdot \mu_H</math> (9)</p> <p>Utilizând relația (7), se obține:</p> <p><math>(M_H / M_N) = (\mu_H / \mu_N) = 0,0051</math> (10)</p>	<b>2 p</b>
<b>B<sub>1</sub></b>	<p>Notății:</p> <p><math>m_H</math> și <math>m_N</math> → masele moleculelor gazelor din vas</p> <p><math>V_H</math> și <math>V_N</math> → vitezele termice ale moleculelor celor două gaze din vas</p> <p><math>\mu_H</math> și <math>\mu_N</math> → masele molare ale celor două gaze din vas</p> <p><math>n_H</math> și <math>n_N</math> → concentrațiile celor două gaze din vas</p> <p><math>\Delta S</math> → aria orificiului din peretele vasului</p> <p><math>N_H</math> și <math>N_N</math> → numărul de molecule din fiecare gaz care ies din vas în intervalul de timp <math>\tau</math></p> <p><math>N_H = n_H \cdot V_H \cdot \tau \cdot \Delta S</math> (1)</p> <p><math>N_N = n_N \cdot V_N \cdot \tau \cdot \Delta S</math> (2)</p> <p>Deoarece <math>n_H = n_N</math>, rezultă:</p> <p><math>N_H / N_N = V_H / V_N</math> (3)</p> <p>Utilizând relația pentru viteza termică <math>V = \sqrt{3kT/m}</math>,</p> <p>putem scrie <math>V_H = \sqrt{3kT/m_H}</math> și <math>V_N = \sqrt{3kT/m_N}</math> (4)</p> <p>Pentru temperaturi egale, se obține:</p> <p><math>V_H / V_N = \sqrt{m_N / m_H} = \sqrt{\mu_N / \mu_H}</math> (5)</p> <p>Înlocuind (5) în (3), rezultă:</p> <p><math>N_H / N_N = \sqrt{\mu_N / \mu_H}</math> (6)</p> <p>Prin urmare, <math>N_H / N_N = 3,74</math>.</p>	<b>4 p</b>
	<b>OFICIU</b>	<b>1p</b>
	<b>TOTAL</b>	<b>10 p</b>

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



**SUBIECTUL III**

**(10 puncte)**

	REZOLVARE	PUNCTAJ
a)	<p>Fie <math>p_1, p_2</math> - presiunile gazelor din cele două compartimente și <math>r</math> - raza traiectoriei descrise de piston în cursul mișcării de rotație. Condiția de echilibru pentru piston este:</p> $F_{cf} + F_1 = F_e + F_2$ $\Leftrightarrow M\omega^2 r + p_1 S = k\left(r - \frac{L}{2}\right) + p_2 S \quad (1p)$ <p>Transformările suferite de cele două gaze sunt izoterme.</p> <p>Din <math>p_2\left(L - r - \frac{l}{2}\right)S = p\left(\frac{L-l}{2}\right)S</math> și din <math>p_2 = 2p \Rightarrow r = \frac{3L-l}{4} \quad (1p)</math></p> <p>Din <math>p_1\left(r - \frac{l}{2}\right)S = p\left(\frac{L-l}{2}\right)S \Rightarrow p_1 = p \frac{L-l}{2r-l}</math> și folosind <math>r = \frac{3L-l}{4} \Rightarrow p_1 = \frac{2}{3}p \quad (1p)</math></p> <p>Folosind <math>p_1 = \frac{2}{3}p, p_2 = 2p</math> și <math>r = \frac{3L-l}{4}</math> se obține</p> $\omega = \sqrt{\frac{1}{M(3L-l)}\left(k(L-l) + \frac{16}{3}pS\right)} \quad (1p)$	4 p
b)	<p>Cilindrul are axa înclinată la <math>45^\circ</math>. Forțele <math>\vec{F}_1</math> și <math>\vec{F}_2</math> exercitate asupra pistonului de presiunile egale ale gazelor din cele două compartimente se echilibrează între ele.</p> <p>Pistonul se găsește la mijlocul cilindrului, resortul este netensionat (<math>F_e = 0</math>), iar raza traiectoriei descrise de piston în cursul mișcării de rotație este:</p> $r = \frac{L}{2} \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}L}{4} \quad (1p)$ <p>Condiția de echilibru pentru piston este:</p> $F_{cf} \sin \alpha = G \cos \alpha \Leftrightarrow$ $M\omega'^2 \frac{\sqrt{2}L}{4} \sin 45^\circ = Mg \cos 45^\circ \quad \omega' = 2\sqrt{\frac{g}{\sqrt{2}L}} \quad (1p)$	2 p
c)	<p>Cilindrul este în poziție verticală. Pistonul se deplasează spre capătul (1) și comprimă resortul elastic cu o anumită alungire <math>\Delta l</math>, care se poate calcula din condiția:</p> $\Delta l = \frac{Mg}{4k} \quad (1p)$	3 p

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



	Fie $p'_1, p'_2$ - presiunile gazelor din cele două compartimente. Putem scrie: $p'_1 \left( \frac{L-l}{2} - \frac{Mg}{4k} \right) S = p \left( \frac{L-l}{2} \right) S \Rightarrow p'_1 = p \frac{2k(L-l)}{2k(L-l) - Mg} \quad (1p)$ $p'_2 \left( \frac{L-l}{2} + \frac{Mg}{4k} \right) S = p \left( \frac{L-l}{2} \right) S \Rightarrow p'_2 = p \frac{2k(L-l)}{2k(L-l) + Mg} \quad (1p)$	
	<b>OFICIU</b>	<b>1p</b>
	<b>TOTAL</b>	<b>10 p</b>

Propunători subiecte:

Prof. **Jan IRIMIA**, Liceul Teoretic "Mihail Kogălniceanu" Vaslui  
Prof. **Ioan ADAM**, Liceul Teoretic "Mihai Eminescu" Bârlad  
Prof. dr. **Leonaș DUMITRAȘCU**, Liceul "Itefan Procopiu" Vaslui

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.