

Programa olimpiadei de matematică  
clasele V – VIII  
An școlar 2007 / 2008

- Pentru fiecare clasă, în programa de olimpiadă sunt incluse conținuturile programelor de olimpiadă din clasele anterioare.
- Cunoștințele suplimentare față de programa școlară, pot fi folosite în rezolvarea problemelor de olimpiadă.

### Clasa a V-a - Etapa locală

**Metode de rezolvare a problemelor de aritmetică.**

Metoda comparației. Metoda grafică. Metoda falsei ipotezei. Metoda mersului invers. Probleme de mișcare. Probleme de perspicacitate și de numărare. Principiul cutiei (Principiul lui Dirichlet). Metoda reducerii la absurd.

**Numere naturale**

Factorul comun. Teorema împărțirii cu rest. Puteri. Reguli de calcul cu puteri. Compararea puterilor. Ultima cifră. Pătrate perfecte. Cuburi perfecte. Sisteme de numerație. Divizibilitatea în  $\mathbf{N}$ .

### Clasa a V-a - Etapa județeană (municipiul București)/națională

**Mulțimi.** Operații cu mulțimi. Reuniunea. Intersecția. Diferența a două mulțimi. Produs cartezian.

**Numere raționale pozitive**

Ecuatii în  $\mathbf{Q}$ . Frații zecimale. Operații. Inecuații în  $\mathbf{N}$  și  $\mathbf{Q}$ . Probleme. Periodicitate. Media aritmetică.

**Elemente de geometrie și unități de măsură.**

### Clasa a VI-a - Etapa locală

#### Algebră

**Numere naturale**

Proprietățile divizibilității în  $\mathbf{N}$ .

Criteriile de divizibilitate cu: 2; 5; 10;  $2^n$ ;  $5^n$ ; 3; 9; 7; 11; 13. Numere prime și numere compuse. Teorema fundamentală a aritmeticii. C.m.m.d.c. și c.m.m.m.c.;  $[a; b] \cdot (a; b) = a \cdot b$ . Numere prime între ele.  $a/bc$  și  $(a; b) = 1 \Rightarrow a/c$  (teorema lui Gauss). Dacă  $(a; b) = d \Rightarrow \exists x, y \in \mathbf{N}$  astfel încât  $(x; y) = 1$  și  $a = xd$ ;  $b = yd$ . Dacă  $[a; b] = m \Rightarrow \exists x, y \in \mathbf{N}$  astfel încât  $(x; y) = 1$  și  $m = ax$ ;  $m = by$ .

**Rpoarte și Proportii.**

Rpoarte. Proportii. Procente. Mărimi direct proporționale. Mărimi invers proporționale. Șir de rapoarte egale. Proporționalitate directă. Proporționalitate inversă.

**Geometrie**

**Punct. Dreaptă. Semidreaptă. Segment** (conținutul programei școlare).

**Unghi** (conținutul programei școlare și, în plus, teorema directă și teorema reciprocă a unghiurilor opuse la vârf).

**Congruența triunghiurilor** (conținutul programei școlare și cazul L.U.U.)

### Clasa a VI-a - Etapa județeană (municipiul București)/etapa națională

#### Algebră

**Numere întregi**

Operații în  $\mathbf{Z}$ . Modulul unui număr întreg. Puterea unui număr întreg cu exponent număr natural. Reguli de calcul cu puteri. Proprietăți ale divizibilității în  $\mathbf{Z}$ .

1)  $a/a, \forall a \in \mathbf{Z}$

2)  $a/b$  și  $b/c \Rightarrow a/c$



## Clasa a VII-a - Etapa națională

### Algebră

**Inegalități. Sume. Probleme de maxim și de minim.**

1.  $a^2 + b^2 \geq 2ab, \forall a, b \in \mathbf{R}$ ; 2.  $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + ac + bc, \forall a, b, c \in \mathbf{R}$ ; 3.  $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2; \forall a, b \in \mathbf{R}_+^*$ ;

4.  $\frac{n}{\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_n}} \leq \sqrt[n]{a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n} \leq \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n} \leq \sqrt{\frac{a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2}{n}}, \forall a_i \in \mathbf{R}_+^*, i = \overline{1, n}$  și

$\forall n \in \mathbf{N}^*$  (inegalitatea mediilor);

5.  $(a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2)(b_1^2 + b_2^2 + \dots + b_n^2) \geq (a_1b_1 + a_2b_2 + \dots + a_nb_n)^2, \forall a_i, b_i \in \mathbf{R}, i = \overline{1, n}$  și  $\forall n \in \mathbf{N}^*$  (inegalitatea Cauchy – Buniakovski – Schwarz).

**Ecuatii. Probleme.**

### Geometrie

**Relații metrice în triunghi.** În triunghiul dreptunghic: teorema înălțimii; teorema catetei; teorema lui Pitagora; teoreme reciproce. Rapoarte constante în triunghiul dreptunghic: sin, cos, tg, ctg.

Teorema lui Pitagora generalizată. Teorema cosinusului. Teorema sinusurilor. Teorema medianei:  $m_a^2 = \frac{2(b^2 + c^2) - a^2}{4}$ . Aree.

$$A_{\Delta} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}; A_{\Delta} = \frac{ab \sin C}{2}; A_{\Delta} = pr; A_{\Delta} = \frac{abc}{4S}; A_{\text{patrulater. convex}} = \frac{d_1 \cdot d_2 \cdot \sin[\angle(d_1, d_2)]}{2}.$$

## Clasa a VIII-a - Etapa județeană (municipiul București)

### Algebră

#### **Numere reale**

Partea întregă și partea fracționară a unui număr real. Ecuatii. Modulul unui număr real. Ecuatii. Intervale. Intersecția și reuniunea intervalelor. Raționalizarea numitorului de forma  $a\sqrt{b}$  și  $a \pm \sqrt{b}, a, b \in \mathbf{N}$ . Formulele de calcul prescurtat:

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2; (a+b)(a-b) = a^2 - b^2; (a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc.$$

$$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3; (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2) = a^3 \pm b^3. \text{ Rapoarte de numere reale reprezentate prin litere.}$$

Operații.

### Geometrie

#### **Cercul**

Definiție. Elemente în cerc. Unghi la centru. Măsura arcelor. Coarde și arce; proprietăți. Teorema unghiului înscris în cerc. Cerc înscris, cerc circumscris unui triunghi. Patrulater ortodiagonal. Patrulater inscriptibil. Patrulater circumscriptibil. Condiții de inscriptibilitate, condiții de circumscriptibilitate. Cercul lui Euler. Pozițiile relative ale unei drepte față de un cerc. Pozițiile relative a două cercuri. Teorema arcului capabil de un unghi dat. Poligoane regulate. Lungimea cercului și a arcului de cerc. Aria discului și a sectorului de cerc.

**Inegalități geometrice. Probleme de maxim și de minim.**

Inegalitatea triunghiului. Într-un triunghi, la latura mai mare se opune unghiul mai mare, și reciproc. Teorema perpendiculararelor și a oblicelor.

**Construcții simple cu rigla negradată și cu compasul.**

**Probleme elementare de loc geometric.**

**Puncte, drepte, plane. Paralelism.**

La conținutul programei școlare se adaugă: teoreme de paralelism; teorema lui Menelaos în spațiu; teorema reciprocă teoremei lui Menelaos; teorema lui Thales în spațiu; axe de simetrie ale paralelipipedului dreptunghic; axa de simetrie a piramidei patrulater regulate; simetria față de un plan; secțiuni axiale în corpurile care admit axe de simetrie.

**Proiecții ortogonale pe un plan**

La conținutul programei școlare se adaugă: perpendiculara comună a două drepte; reciprocele teoremei celor trei perpendiculare; plan mediator; plan bisector.

# Clasa a VIII-a - Etapa națională

## Algebră

**Funcții**- conținutul programei școlare.

## Geometrie

**Calcul de arii și volume ( prisma, piramida, trunchiul de piramidă )**-conținutul programei școlare

### **Notă:**

1. La toate etapele olimpiadei de matematică (locală, județeană, națională), autorul problemelor din concurs va utiliza conținutul prezentei programe pentru olimpiadă.
2. Folosirea corectă de către elevi, în redactarea soluției, a unor teoreme (fără demonstrație): teorema lui Steiner, teorema lui Ptolemeu, teorema lui Fermat și principiul inducției matematice etc. conduce la acordarea punctajului maxim prevăzut în baremele de corectare.

### **NOTĂ**

- *Temele propuse vor cuprinde atât conținuturile obligatorii pentru toți elevii, cât și conținuturile suplimentare .*
- *Calendarul olimpiadei este următorul:*

**Faza pe școală- Luna ianuarie 2008**

**Faza locală/pe sector al municipiului București- ianuarie -februarie 2008**

**Faza județeană/a municipiului București- 01 martie 2007 ( pentru clasele VII-XII)**

**Faza națională- 29 aprilie -03 mai 2008 ( pentru clasele VII-VIII)**

**Faza națională- 30 mai -01 iunie 2008 ( pentru clasele V-VI)**